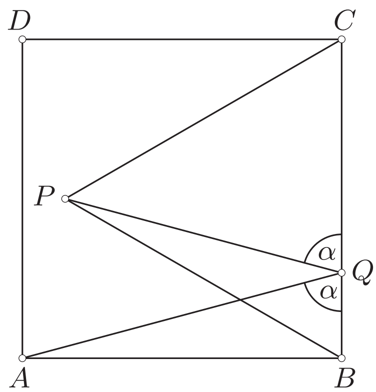
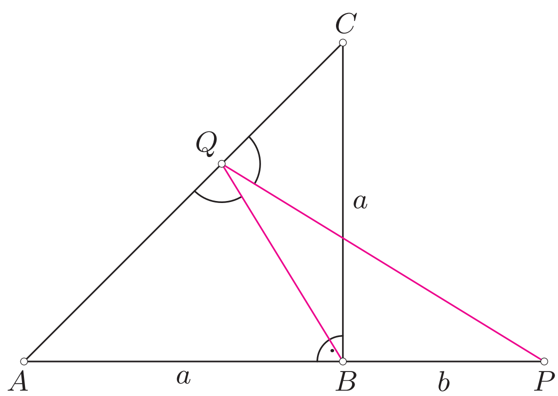
Zaginamy

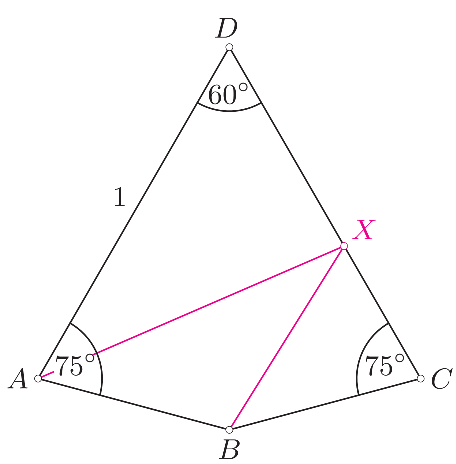
1. Wewnątrz kwadratu $ABCD$ wybrano taki punkt P, że trójkąt BCP jest równoboczny. Na boku BC wybrano taki punkt Q, że $\sphericalangle AQB = \sphericalangle PQC = \alpha$. Wyznacz miarę kąta α.



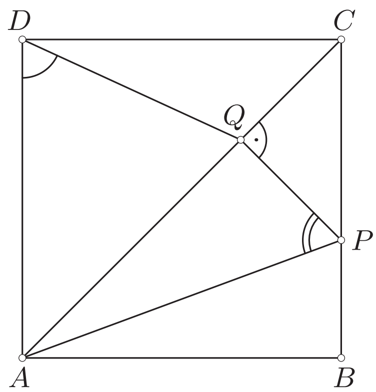
2. Dany jest trójkąt ABC, w którym $\sphericalangle ABC = 90°$ oraz $AB = BC = a$. Punkt Q leży na odcinku AC. Punkt P leży na prostej AB, przy czym $\sphericalangle AQB = \sphericalangle PQC$ oraz $BP = b$. Oblicz $BQ + PQ$.



3. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$, w którym $AD = CD = 1$, $\sphericalangle DAB = \sphericalangle DCB = 75°$ oraz $\sphericalangle ADC = 60°$. Punkt X leży na odcinku CD. Wykaż, że $AX + BX \geqslant \sqrt{2}$.



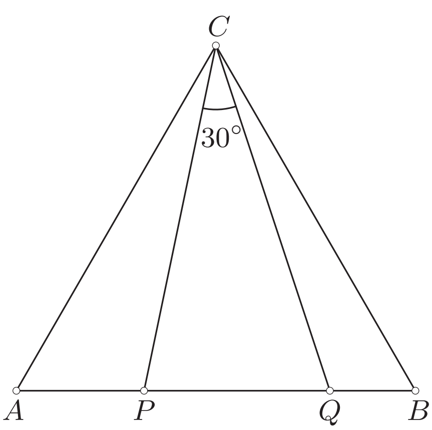
4. Punkt P leży na boku kwadratu $ABCD$. Punkt Q jest rzutem prostokątnym punktu P na przekątną AC. Udowodnij, że $\sphericalangle APQ = \sphericalangle ADQ$.



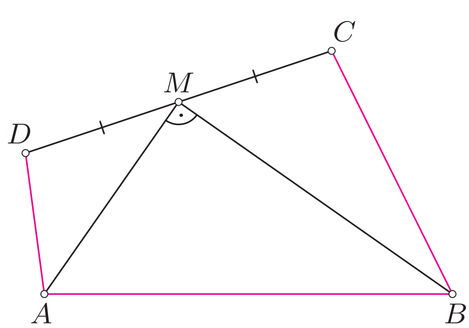
5. Dany jest trójkąt równoboczny ABC. Punkty P i Q leżą na boku AB, przy czym $AP < AQ$ oraz $\sphericalangle PCQ = 30°$.

(a) Wykaż, że z odcinków AP, PQ, QB można zbudować trójkąt, którego jednym z kątów jest $120°$;

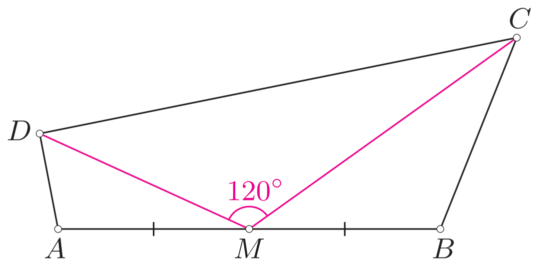
(b) Wiedząc, że pola trójkątów APC, PQC, QBC są równe odpowiednio x, y, z, oblicz pole trójkąta zbudowanego z odcinków AP, PQ, QB.



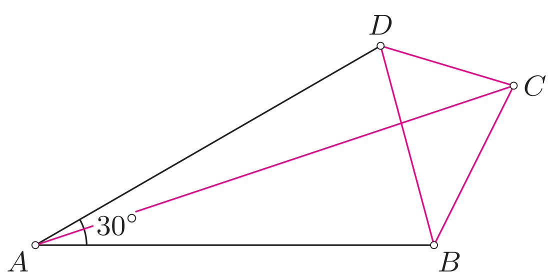
6. Punkt M jest środkiem boku CD czworokąta wypukłego $ABCD$. Udowodnij, że jeśli $\sphericalangle AMB = 90°$, to $AD + BC \geqslant AB$.



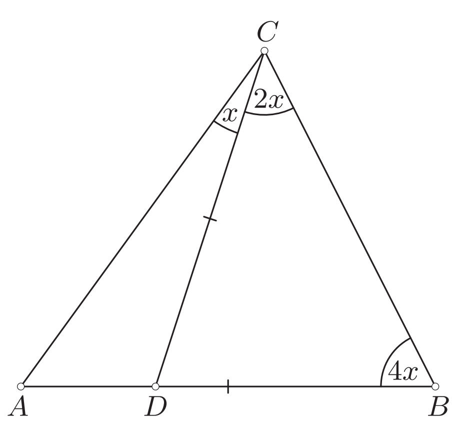
7. W czworokącie wypukłym $ABCD$ punkt M jest środkiem boku AB oraz $\sphericalangle CMD = 120^\circ$. Udowodnij, że $DA + \frac{1}{2}AB + BC \geqslant DC$.



8. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$, w którym kąt BAD ma miarę 30°. Wykaż, że $BC + CD + DB \geqslant AC$.

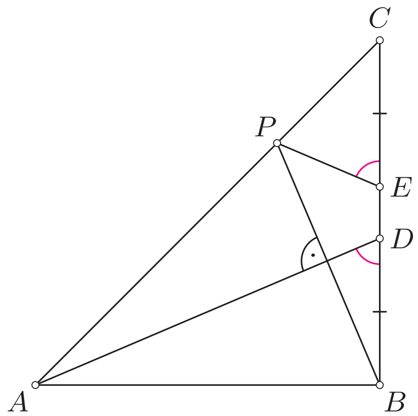


9. Punkt D leży na boku AB trójkąta ABC, przy czym $AB = CD$. Ponadto wiadomo, że $\sphericalangle ACD = x$, $\sphericalangle DCB = 2x$ oraz $\sphericalangle ABC = 4x$. Wyznacz x.

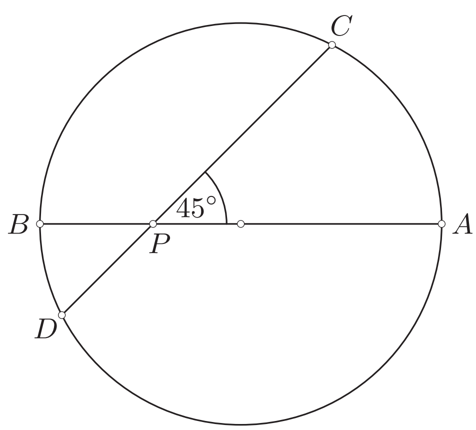


10. Dany jest trójkąt ABC, w którym $\sphericalangle B = 90^\circ$ oraz $AB = BC$. Punkty D i E leżą na boku BC, przy czym $BD = CE$. Prosta przechodząca przez punkt B i prostopadła do prostej AD przecina bok AC w punkcie P. Wykaż, że

$$\sphericalangle PEC = \sphericalangle ADB .$$



11. Dany jest okrąg o średnicy AB oraz promieniu 1. Cięciwa CD tego okręgu jest nachylona do średnicy AB pod kątem 45°. Oblicz $CP^2 + DP^2$.



12. Na bokach BC, CA trójkąta ABC zbudowano po jego zewnętrznej stronie trójkąty równoboczne BCD, CAE. Na boku AB zbudowano po wewnętrznej stronie trójkąta ABC taki trójkąt ABF, że

$$\sphericalangle BAF = \sphericalangle ABF = 30^\circ .$$

Udowodnij, że $DF = EF$.