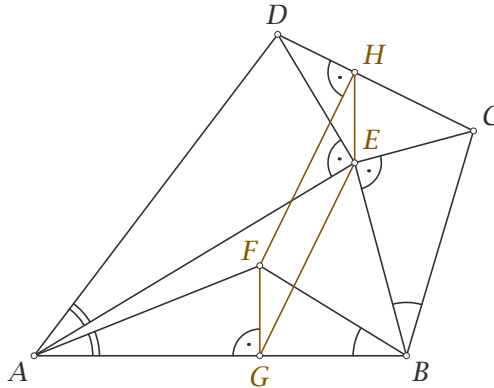


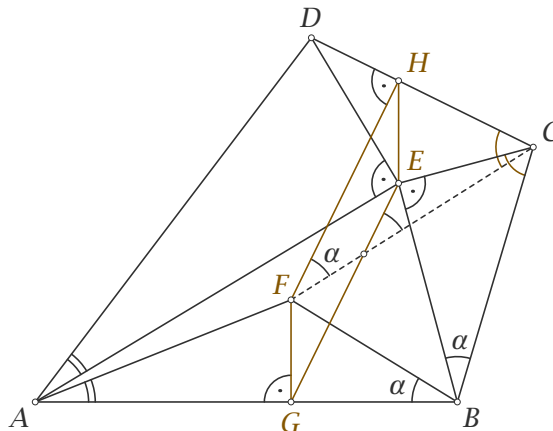
**Zadanie 10.**

Punkt  $E$  leży wewnątrz czworokąta wypukłego  $ABCD$ , przy czym kąty  $BEC$  i  $DEA$  są proste. Punkt  $F$  leży wewnątrz tego czworokąta, przy czym kąty  $CBE$  i  $ABF$  są równe oraz kąty  $DAE$  i  $BAF$  są równe. Punkty  $G$  i  $H$  są rzutami prostokątnymi punktu  $F$  odpowiednio na proste  $AB$  i  $CD$ . Wykazać, że czworokąt  $EHFG$  jest równoległobokiem.



**Rozwiązanie**

Ponieważ  $\sphericalangle BEC + \sphericalangle AED = 180^\circ$ , więc w czworokącie  $ABCD$  istnieje punkt izogonalny do punktu  $E$ . Z danych w treści zadania równości kątów wynika, że tym punktem izogonalnym jest  $F$ . Wobec tego  $\sphericalangle ECB = \sphericalangle HCF$ , skąd wynika, że trójkąty prostokątne  $ECB$  i  $HCF$  są podobne. A zatem  $\sphericalangle HFC = \sphericalangle EBC = \alpha$ .



Trójkąty prostokątne  $ECB$  i  $GFB$  są podobne i zgodnie zorientowane, skąd wynika, że trójkąty  $EGB$  oraz  $CFB$  są również podobne i zgodnie zorientowane. Wobec tego obrót o kąt  $\alpha$  wokół punktu  $B$  przeprowadza

prostą  $CF$  na prostą równoległą do  $EG$ . To oznacza, że proste  $CF$  i  $EG$  przecinają się pod kątem  $\alpha$  i w konsekwencji odcinki  $EG$  i  $HF$  są równoległe.

Wykorzystując uzyskane podobieństwa trójkątów, otrzymujemy

$$\frac{EG}{CF} = \frac{EB}{CB} = \frac{HF}{CF},$$

skąd  $EG = HF$ . Odcinki  $EG$  i  $HF$  są zatem równe i równoległe, co oznacza, że czworokąt  $EHFG$  jest równoległobokiem.

*Zadanie rozwiązali: Zuzanna Gieriej (Warszawa), Milena Kwiatkowska (Warszawa), Zofia Makowska (Warszawa), Szymon Michalik (Warszawa), Michał Smółko (Warszawa).*