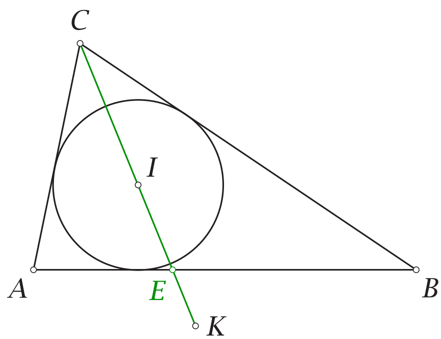
Zadanie 11.

Punkt I jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ABC. Prosta CI przecina odcinek AB w punkcie E. Punkt K jest symetryczny do punktu C względem punktu I. Znając długości a, b, c odpowiednio boków BC, CA, AB, obliczyć iloraz długości odcinków EK i EC.



Rozwiązanie *(Zuzanna Gierej, Warszawa)*

Z twierdzenia o dwusiecznej otrzymujemy

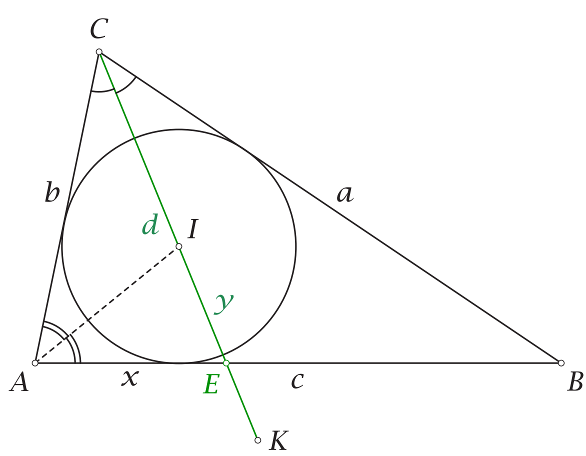
$$\frac{EB}{AE} = \frac{BC}{CA} = \frac{a}{b}.$$

Po dodaniu 1 do obu stron powyższej równości uzyskujemy

$$\frac{AE+EB}{AE} = \frac{a+b}{b}.$$

Ponieważ $AE+EB = AB = c$, więc z ostatniej równości możemy wyznaczyć długość x odcinka AE:

$$AE = x = \frac{bc}{a+b}.$$



Oznaczmy przez d długość odcinka CE. Analogicznie jak wyżej obliczamy długość y odcinka IE w zależności od dlugości boków trójkąta AEC, po czym wstawiamy wyznaczoną wcześniej długość x:

$$IE = y = \frac{xd}{b+x} = \frac{bcd}{(a+b)b+bc} = \frac{cd}{a+b+c}.$$

Stąd ostatecznie dostajemy

$$\frac{EK}{EC} = \frac{2(d-y)-d}{d} = 1 - \frac{2y}{d} = 1 - \frac{2c}{a+b+c} = \frac{a+b-c}{a+b+c}.$$

Zadanie rozwiązali: Kamil Adamczyk (Katowice), Zuzanna Gierej (Warszawa), Radosław Górzyński (Lubin), Milena Kwiatkowska (Warszawa), Adam Lubiński (Gorzów Wielkopolski), Katarzyna Pasierbiewicz (Lublin), Michał Smółko (Warszawa).

Ponadto zostało przesłane jedno niepełne oraz jedno nieregulaminowe rozwiązanie.