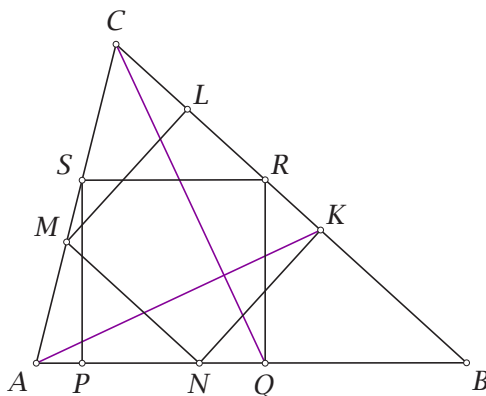


Zadanie 8.

W trójkąt ostrokątny ABC wpisano kwadraty $KLMN$ oraz $PQRS$ w sposób przedstawiony na rysunku. Dowieść, że odcinki AK oraz CQ są prostopadłe.

**Rozwiązanie** (Zuzanna Gierzej, Warszawa)

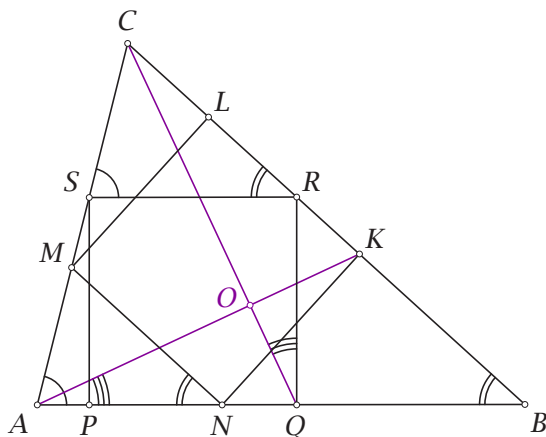
Z równości kątów odpowiadających mamy $\sphericalangle NAM = \sphericalangle RSC$ oraz $\sphericalangle ANM = \sphericalangle ABC = \sphericalangle SRC$. To oznacza, że trójkąty AMN i SCR są podobne. Stąd

$$\frac{CR}{MN} = \frac{SR}{AN}.$$

Wiemy jednak, że $MN = NK$ i $SR = RQ$, więc

$$\frac{CR}{NK} = \frac{RQ}{AN}.$$

Dodatkowo $\sphericalangle ANK = \sphericalangle ANM + 90^\circ = \sphericalangle SRC + 90^\circ = \sphericalangle QRC$, skąd wynika, że trójkąty ANK i QRC są podobne. Zatem $\sphericalangle NAK = \sphericalangle RQC$.



Oznaczmy przez O punkt przecięcia prostych AK i CQ . Wtedy

$$\begin{aligned}\sphericalangle AOQ &= 180^\circ - \sphericalangle OAQ - \sphericalangle OQA = \\ &= 180^\circ - \sphericalangle OAQ - (90^\circ - \sphericalangle OQR) = 90^\circ,\end{aligned}$$

co kończy dowód.

Zadanie rozwiązali: Zuzanna Gieriej (Warszawa), Radosław Górzyński (Lubin), Ignacy Kramarski (Radom), Piotr Kucharczyk (Kraków), Milena Kwiatkowska (Warszawa), Jarosław Makucha (Kraków), Mikołaj Michalik (Warszawa), Katarzyna Pasierbiewicz (Lublin), Michał Smółko (Warszawa).