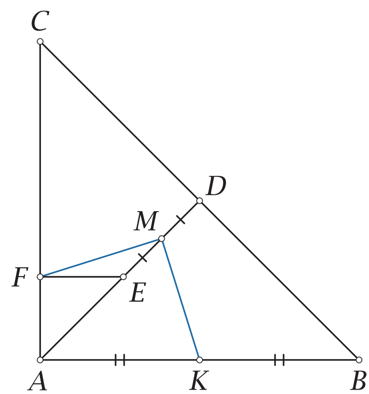
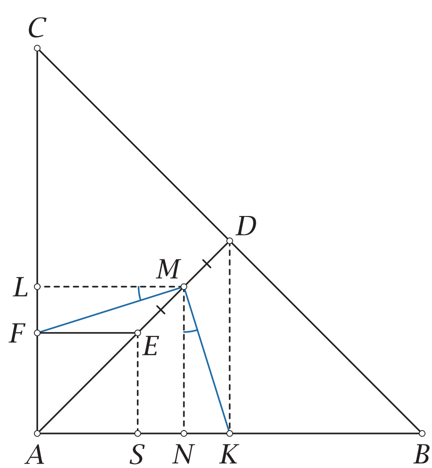
Zadanie 7.

Punkt D jest środkiem boku BC trójkąta prostokątnego ABC, w którym $AB = AC$. Punkt E leży na odcinku AD. Punkty K i M są odpowiednio środkami odcinków AB i DE. Punkt F jest rzutem prostokątnym punktu E na prostą AC. Udowodnić, że kąt FMK jest prosty.



Rozwiązanie *(Boris Osaulenko, Wrocław)*

Oznaczmy przez S, N rzuty prostokątne odpowiednio punktów E, M na bok AB. Niech ponadto L będzie rzutem prostokątnym punktu M na bok AC.



Wówczas czworokąty $ASEF$ oraz $ANML$ są kwadratami. Wobec tego $LM = NM$ oraz $FL = SN$.

Proste ES, MN i DK są równoległe (wszystkie są prostopadłe do boku AB), skąd na mocy twierdzenia Talesa dostajemy

$$\frac{SN}{KN} = \frac{EM}{DM} = 1\,,$$

czyli $KN = SN = FL$. Zatem trójkąty prostokątne FLM i KNM są przystające i w konsekwencji $\sphericalangle LMF = \sphericalangle NMK$. Stąd uzyskujemy $\sphericalangle FMK = \sphericalangle LMN = 90^\circ$, co kończy dowód.

Zadanie rozwiązali: Kamil Adamczyk (Katowice), Maria Bażęcka (Lublin), Zuzanna Gierej (Warszawa), Radosław Górzyński (Lubin), Michał Kotuła (Kraków), Ignacy Kramarski (Radom), Milena Kwiatkowska (Warszawa), Adam Lubiński (Gorzów Wielkopolski), Jarosław Makucha (Kraków), Mikołaj Michalik (Warszawa), Jakub Nowakowski (Warszawa), Boris Osaulenko (Wrocław), Katarzyna Pasierbiewicz (Lublin), Michał Smółko (Warszawa).