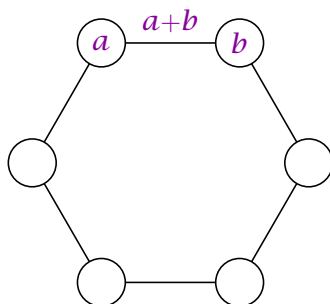


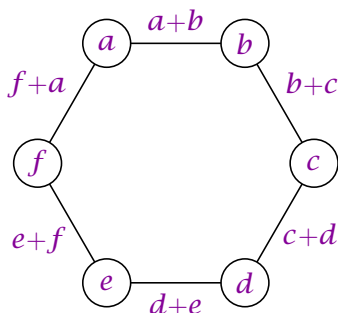
Zadanie 3.

W każdym wierzchołku sześciokąta foremego napisano liczbę całkowitą. Następnie na każdym boku tego sześciokąta napisano sumę liczb znajdujących się na końcach tego boku. Czy można tak napisać liczby w wierzchołkach, aby liczby napisane na bokach były sześcioma kolejnymi liczbami całkowitymi, wypisanymi w pewnej kolejności? Odpowiedź uzasadnij.

**Rozwiązanie** (Kinga Kucia, Krosno)

Wykażemy, że rozmieszczenie liczb w wierzchołkach sześciokąta zgodnie z warunkami zadania nie jest możliwe.

Oznaczmy przez a, b, c, d, e, f liczby napisane w kolejnych wierzchołkach sześciokąta. Wówczas liczby napisane na bokach sześciokąta są równe kolejno $a + b, b + c, c + d, d + e, e + f, f + a$. Ich suma jest równa $2(a + b + c + d + e + f)$, a ponieważ wszystkie składniki w nawiasie są liczbami całkowitymi, to suma z nawiasu jest liczbą całkowitą i w konsekwencji liczba $2(a + b + c + d + e + f)$ jest parzysta.



Gdyby liczby napisane na bokach były sześcioma kolejnymi liczbami całkowitymi $k, k + 1, k + 2, k + 3, k + 4, k + 5$, napisanymi w jakiejkolwiek kolejności, to ich suma byłaby równa $6k + 15$. Jest to liczba nieparzysta jako suma liczby parzystej $6k$ i nieparzystej 15 .

Otrzymana sprzeczność dowodzi, że opisana w zadaniu sytuacja jest niemożliwa.

Zadanie rozwiązali: Tomasz Białorucki (Warszawa), Maciej Bielski (Kościelec), Zofia Bis (Warszawa), Zofia Budas (Tomaszowo), Hugo Hankus (Kra-ków), Kornel Jagodziński (Leszno), Kinga Kucia (Krosno), Hanna Makowska (Warszawa), Aleksandra Mazur (Warszawa), Damian Mech (Ząbki), Wiktor Misztal (Cisie), Tobiasz Nagłowski (Warszawa), Jakub Olszewski (Nowa Sól), Krzysztof Stec (Sędziszów Małopolski), Mateusz Sobański (Myślibórz), Łukasz Sulowski (Warszawa), Kinga Szczawińska (Halinów), Hanna Szubertowska (Kościelec), Adam Tomaka (Strzyżów), Aleksander Witkowski (Warszawa), Adam Zaleski (Warszawa), Ilona Żurawiecka (Tomaszów Lubelski).

Otrzymaliśmy ponadto 9 niepoprawnych, niepełnych lub nieregulami-nowych prac.